

Numerische Untersuchungen zum Durchstanzen von gedrunenen Einzelfundamenten

M. Ricker

Zusammenfassung Zum Durchstanzen von gedrunenen Einzelfundamenten mit und ohne Durchstanzbewehrung wurden in den letzten Jahren systematische Versuchsreihen an der RWTH Aachen durchgeführt. Zur Erweiterung des Parameterfelds wurden zusätzlich nichtlineare FE-Modelle erstellt, die sowohl die Bruchlasten als auch die Verformungszustände zutreffend abbilden können. In einer FE-Parameterstudie wurde der Einfluss der Schubschlankheit, der Betonfestigkeit, des Biegebewehrungsgrades, des Maßstabeffekts der statischen Nutzhöhe und des bezogenen Stützenumfangs auf das Tragverhalten von Fundamenten ohne Durchstanzbewehrung untersucht. Dabei konnten – wie auch bei den Versuchen – zwei Versagensmechanismen in Abhängigkeit der Schubschlankheit beobachtet werden. Anhand weiterer FE-Parameterstudien wurden die konstruktiven Abstandsregelungen für eine Durchstanzbewehrung aus Bügeln überprüft.

Numerical Investigations on Punching Behaviour of Compact Footings

Abstract Several punching tests on compact footings with and without shear reinforcement were conducted at RWTH University by the Institute of Structural Concrete (IMB) and the Institute of Geotechnical Engineering (GiB). Additional nonlinear finite element analyses were performed to investigate the influence of the main parameters on the punching shear strength more in detail. After calibrating by existing punching tests on compact footings, the numerical results were in good accordance with the experimental failure loads as well as with the measured strains. As main parameters on the punching shear strength, the shear slenderness, the concrete strength, the size effect of the effective depth, and the ratio of the column perimeter to the effective depth were investigated. The numerical model revealed a change of the failure mode in dependence of the shear slenderness and confirmed the observations in tests. Additional parametric studies on footings including shear reinforcement confirmed the influence of the spacing of the stirrups on the punching strength.

Dr.-Ing. Marcus Ricker

HALFEN GmbH
Technical Product Management
Liebigstr. 14
40764 Langenfeld
Marcus.Ricker@halfen.de
ehem. wissenschaftlicher Mitarbeiter von
Univ.-Prof. Dr.-Ing. Josef Hegger
Lehrstuhl und Institut für Massivbau (IMB)
RWTH Aachen

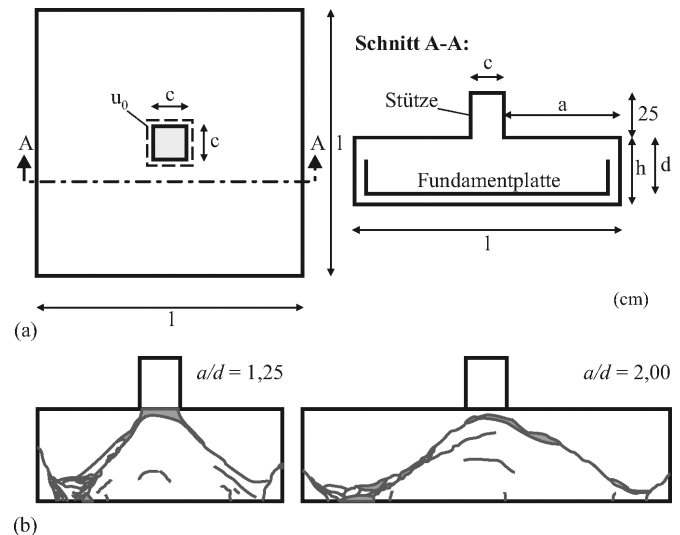


Bild 1. Geometrie der Versuchskörper (a) und Versagensrisse in Versuchen (b)
Fig. 1. Notations and geometry of the footings (a) and failure cracks observed in tests (b)

1 Einleitung

Das Durchstanzen von schlanken Platten wurde in der Vergangenheit systematisch untersucht. Als Ergebnis konnten theoretische und empirische Modelle abgeleitet werden, welche die wesentlichen Einflussparameter auf das Durchstanztragverhalten zutreffend beschreiben (z.B. [1],[2],[3]). Versuche an Fundamenten zeigten jedoch, dass sich das Durchstanztragverhalten von Flachdecken und Fundamenten unterscheidet [4],[5],[6]. Insbesondere die Schubschlankheit a/d (Bild 1) scheint hierbei von entscheidender Bedeutung. Neben Durchstanzversuchen an gedrunenen Fundamenten wurden zur gezielten Untersuchung des Tragverhaltens numerische Simulationen mit dem Finite-Elemente-Programmsystem Abaqus [7] durchgeführt. Das Versuchsprogramm bestand aus 22 Versuchen (DF1 bis DF22) [8],[9],[10],[11] und lässt sich in drei Serien unterteilen: Die Serien I (DF1 bis DF5) und II (DF6 bis DF10) waren auf einem Sandkörper gebettet und wurden in Zusammenarbeit mit dem Institut für Grundbau, Bodenmechanik, Felsmechanik und Verkehrswasserbau (GiB) durchgeführt. Bei den Versuchskörpern DF11 bis DF22 (Serie III) wurde eine gleichmäßige Sohlspannung simuliert, indem die Fundamentunterseite in 16 Lasteinleitungspunkten durch hydraulische Pressen beansprucht wurde. In der Versuchsmatrix in Bild 2 sind die Versuchskörper der Serien II und III in Abhängigkeit der Schubschlankheit a/d dargestellt. Die Versuche der Serie II (Sandbettung) sind weiß und die gleichförmig beanspruchten Fundamente der Serie III grau markiert. Ausgehend von der Basisreihe DF11 bis DF13, die aus einem Beton der Festigkeitsklasse C 20/25 bestand, wurde in weiteren Versuchsreihen der Einfluss von verschiedenen Parametern systematisch untersucht. Die

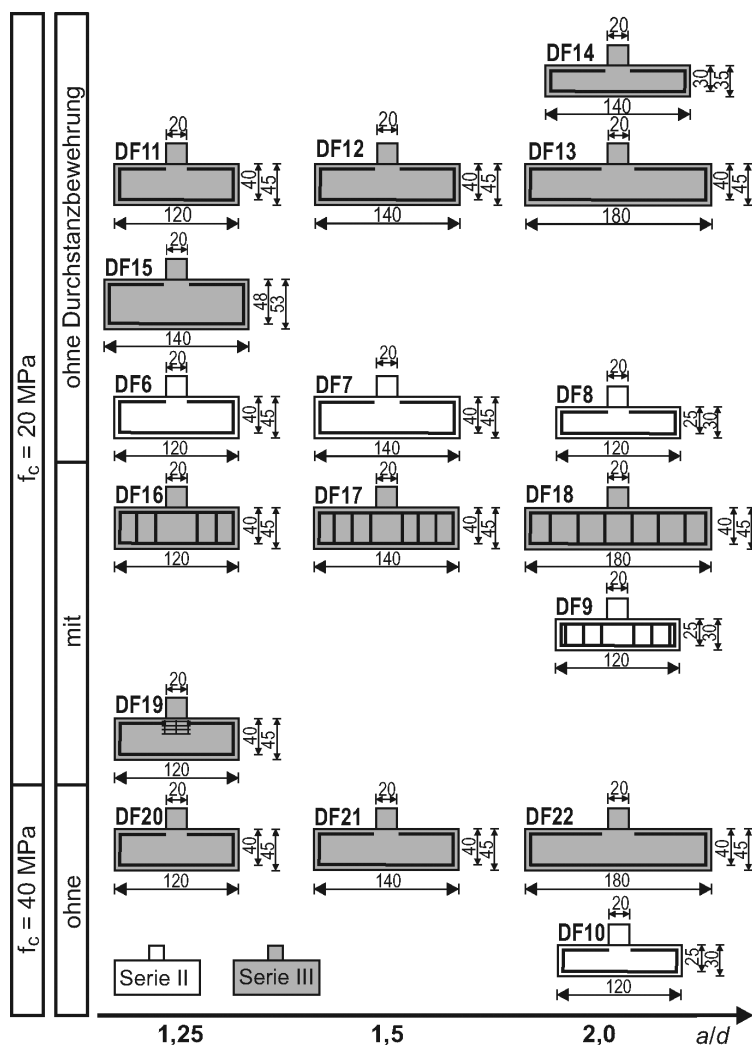


Bild 2. Versuchsmatrix
Fig. 2. Experimental matrix

Fundamente der Reihe DF6 bis DF8 waren analog zur Basisreihe ausgeführt und wurden auf Sand geprüft. Die maßstäbliche Verkleinerung von Fundament DF8 war notwendig, da die Größe der Versuchsräume beschränkt war. Die Auswirkungen einer Durchstanzbewehrung aus Bügeln auf die Tragfähigkeit von gedungenen Fundamenten wurden durch die Versuchskörper der Reihe DF16 bis DF18 überprüft. Zum Vergleich wurde das Fundament DF9 ebenfalls mit einer Durchstanzbewehrung versehen und auf Sand geprüft. Ob eine Traglaststeigerung durch eine Umschnürung der Druckzone erreicht werden kann, sollte mit Versuch DF19 untersucht werden. Dazu wurde die Druckzone im Bereich der Stütze durch sieben kreisrunde Bügel umschnürt. Zur Klärung der Frage, inwieweit die Betondruckfestigkeit die Querkrafttragfähigkeit von punktgestützten, gedungenen Fundamenten beeinflusst, wurden die Fundamente DF20 bis DF22 und DF10 (auf Sand gebettet) untersucht. Bei den Versuchskörpern DF14, DF12 und DF15 wurde die Schubslankheit nicht durch die Änderung der Plattenbreite, sondern durch die Änderung der statischen Nutzhöhe variiert. Die wichtigsten Versuchsparameter und die Bruchlasten der Versuche DF11 bis DF22 sind in **Tabelle 1** zusammengefasst. Detaillierte Informationen zu den Versuchen können [10],[11],[12] entnommen werden. Im Rahmen dieses Artikels werden die Ergebnisse der numerischen Untersuchungen an den gleichförmig belasteten Fundamenten dargestellt.

2 Modellierung der Versuchskörper

Zur Diskretisierung der Fundamente in der Finite-Elemente-Berechnung wurden Volumenelemente mit 20 Knoten, d.h. mit quadratischem Verschie-

Tabelle 1. Versuchsparameter und Bruchlasten
Table 1. Test parameters and failure loads

Ver- such	d (mm)	c (mm)	b (mm)	a/d (-)	$f_{c,cyl}$ (MPa)	E_c (MPa)	$\varnothing$ (mm)	f_y (MPa)	ρ_l (%)	A_{sw} (cm ²)	s (mm)	V_{test} (kN)	V_{flex} (kN)	V_{FE} (kN)	$\frac{V_{test}}{V_{FE}}$ (-)
DF11	400	200	1 200	1,25	21,4	22 000	20	528	0,87	—	—	2 813	6 845	2 900	0,97
DF12	400	200	1 400	1,50	21,2	23 700	20	566	0,88	—	—	2 208	6 732	2 307	0,96
DF13	400	200	1 800	2,00	21,1	20 100	20	558	0,87	—	—	1 839	6 004	1 736	1,06
DF14	300	200	1 400	2,00	21,2	23 700	20	566	0,88	—	—	1 478	3 766	1 474	1,00
DF15	480	200	1 400	1,25	21,7	22 500	25	548	0,85	—	—	2 750	8 996	2 900	0,95
DF16	400	200	1 200	1,25	20,0	20 900	20	558	0,87	45,2	190 ^a	3 680	7 114	4 026	0,91
DF17	400	200	1 400	1,50	20,8	22 000	20	552	0,87	45,2	190 ^a	3 619	6 570	3 713	0,97
DF18	400	200	1 800	2,00	21,7	22 500	20	558	0,87	45,2	190 ^a	3 361	6 026	3 405	0,99
DF19 ^b	400	200	1 200	1,25	21,8	21 900	20	552	0,87	—	—	2 790	7 132	2 740	1,02
DF20	400	200	1 200	1,25	35,7	27 400	20	549	0,87	—	—	3 037	7 455	3 900	0,78
DF21	400	200	1 400	1,50	36,3	26 800	20	549	0,87	—	—	2 860	6 914	3 010	0,95
DF22	400	200	1 800	2,00	36,4	26 200	20	558	0,87	—	—	2 405	6 338	2 460	0,98
														x_m	0,96
														V	0,07

d : statische Nutzhöhe; c : Stützenabmessung; b : Fundamentabmessung; a : Abstand vom Stützenanschnitt zum Rand des Fundaments; $f_{c,cyl}$: Zylinderdruckfestigkeit des Betons; E_c : Elastizitätsmodul des Betons; $\varnothing$: Durchmesser der Biegezugbewehrung; f_y : Streckgrenze der Biegezugbewehrung; ρ_l : Biegezugbewehrungsgrad; A_{sw} : Querschnittsfläche der Durchstanzbewehrung pro Reihe; s : radialer Abstand der Durchstanzbewehrungsreihen; V_{test} : Bruchlast; V_{flex} : Biegetragfähigkeit nach Bruchlinientheorie; V_{FE} : in der numerischen Simulation erreichte Bruchlast; x_m : Mittelwert; V : Variationskoeffizient

Anmerkung: Fundamente mit Durchstanzbewehrung waren mit einer Biegedruckbewehrung ($\varnothing = 12$ mm) versehen $\rho_l' = 0,49$ % (DF9) und $\rho_l' = 0,31$ % (DF16, DF17, DF18).

^a Der Abstand zwischen dem Stützenanschnitt und der ersten Durchstanzbewehrungsreihe betrug bei Versuch DF9 $s_0 = 75$ mm und bei den Versuchen DF16, DF17 und DF18 $s_0 = 120$ mm

^b Versuchskörper DF19 war mit 7 kreisförmigen Bügeln $\varnothing = 12$ mm versehen, die die Biegedruckzone am Stützenanschnitt umschnürten (vgl. Text)

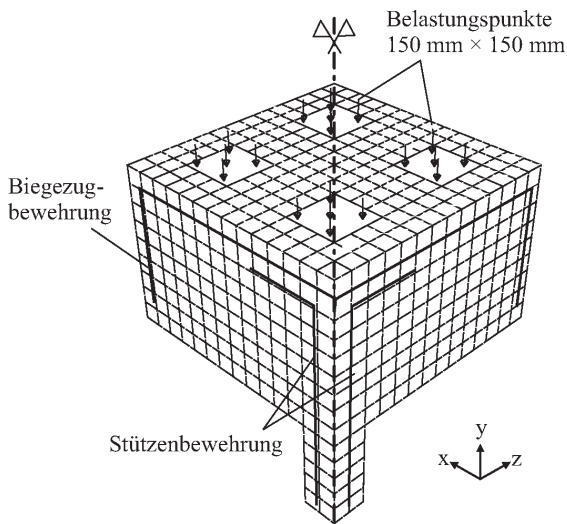


Bild 3. Diskretisierung der Versuchskörper
Fig. 3. Finite element model used in analysis

bungsansatz, und voller Integration in den Gaußpunkten verwendet. Die Volumenelemente hatten eine Kantenlänge von 50 mm. Aus Symmetriegründen war die Simulation eines Viertels der Versuchskörper ausreichend. Die Netzeinteilung kann Bild 3 entnommen werden. Den Elementen im Bereich des Stützenstumpfs wurde ein linear-elastisches Material zugewiesen. Die Bewehrungsstäbe der Biegezug-, Stützen- und Bügelbewehrung wurden diskret als Biegestäbe modelliert, die in die Volumenelemente eingebettet waren, d.h. die Biegestäbe konnten frei innerhalb der Volumenelemente orientiert werden (Bild 4). Durch das Einbetten werden die Translationsfreiheitsgrade der Biegestäbe eliminiert und somit eine Verknüpfung der Freiheitsgrade von Volumen- und Balkenelement vorgegeben, so dass ein vollständiger (starrer) Verbund simuliert wurde. Die Durchstanzbewehrung (Bügel) war im Gegensatz zur Biegezugbewehrung nicht in jedem Knoten an die Betonelemente gekoppelt. Die Verankerung wurde durch eine starre Kopplung der Knoten nur auf Höhe der oberen und unteren Biegebewehrung an die Betonelemente abgebildet. Eigene numerische Untersuchungen haben gezeigt, dass mit dieser Abbildung die Verankerung der Durchstanzbewehrung realistisch simuliert werden kann [13] und sich die beste Übereinstimmung mit den gemessenen Last-Verformungskurven ergibt.

Die Belastung wurde inkrementell aufgebracht. Als Pfadverfolgungsalgorithmus wurde das von Riks [14] entwickelte und von verschiedenen Autoren mehrfach modifizierte Bogenlängenverfahren verwendet. Grundidee dieses Verfahrens ist, nach dem Prediktorschritt nicht auf einer Horizontalen zu iterieren (wie beim Verfahren nach Newton/Raphson), sondern längs einer Kurve. Dabei wird neben der Verformung auch das Lastniveau iterativ verändert. Deshalb ist es nicht möglich, für eine genau definierte Last den zugehörigen Verformungszustand zu berechnen. Andererseits ermöglicht die iterative Änderung des Lastniveaus die Kurve zu inkrementieren. Es ist somit möglich, Extrempunkte innerhalb einer Iteration zu überwinden. Mit diesem Verfahren lassen sich aufweichende Systeme (wie z.B. Tragwerke aus Beton) und Stabilitätsprobleme erfolgreich berechnen. Da bei den hier vorgestellten Berechnungen primär die Ermittlung der Traglast und der Verformungen wichtig war, konnte der Nachteil des Verlusts der direkten Kontrolle des Lastniveaus akzeptiert werden.

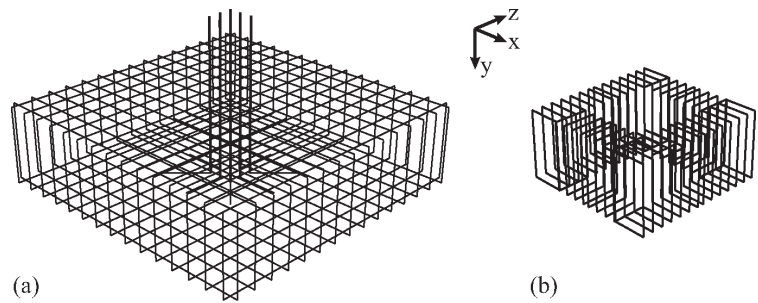


Bild 4. Diskretisierung der Längsbewehrung (a) und der Bügel (b)
Fig. 4. Truss elements used for the bending reinforcement (a) and the stirrups (b)

3 Verwendete Materialmodelle

Für die Abbildung des Betons wurde das in Abaqus implementierte *Concrete Damaged Plasticity Model* verwendet [7]. Es handelt sich um ein plastisches Schädigungsmodell, das von Lubliner et al. [15] entwickelt und später von Lee und Fenves [16] erweitert wurde. Das Modell besteht aus vier Komponenten:

- Die Fließ- und Bruchbedingung F (*yield function*) beschreibt durch die Fließfläche den Bereich des Spannungsraumes, in dem sich das Material linear-elastisch verhält.
- Das Verfestigungsgesetz (*hardening rule*) bestimmt die Änderung der Fließfläche, nachdem der Spannungszustand die momentane Fließfläche überschritten hat.
- Mit dem Gradienten der Potentialfunktion G (*flow potential*) wird die Richtung des plastischen Dehnungsincrementes und damit das Verhältnis von plastischen Längs- zu Querdehnungen bestimmt. Durch die Anwendung der

Fließregel (*flow rule*) $d\epsilon_{pl} = d\lambda \frac{\partial G}{\partial \sigma}$ ergeben sich somit die

Größe und Richtung des plastischen Dehnungsincrementes. Hierbei sind $d\epsilon_{pl}$ der plastische Verzerrungszuwachs, $d\lambda$ der plastische Multiplikator und $\partial G / \partial \sigma$ der Gradient der Potentialfunktion.

- Die Schädigungsfunktion definiert die Abnahme der elastischen Steifigkeit in Abhängigkeit von der plastischen Dehnung.

Die Form der Fließfläche wird durch vier Parameter festgelegt: die einaxiale Betondruckfestigkeit f_c , die einaxiale Betonzugfestigkeit f_{ct} , die biaxiale Betondruckfestigkeit f_{cb} und dem Verhältniswert K_c zwischen Zug- und Druckmeridian. In Bild 5 wird die Fließ- bzw. Bruchbedingung mit den Ergebnissen von verschiedenen Triaxialversuchen [17],[18],[19],[20],[21] im Oktaederspannungsraum verglichen. Dabei wurde das Verhältnis von Zug- zu Druckfestigkeit des Betons zu 0,09 angenommen und der Wert für K_c mit der Methode der kleinsten Fehlerquadrate anhand der Versuche zu 0,68 bestimmt. Mit dem gewählten Parametersatz ergibt sich eine gute Übereinstimmung zwischen den Versuchswerten und der Bruchbedingung.

Die isotrope Verfestigung und damit die Veränderung der Fließfläche F unter steigender Beanspruchung wird über zwei skalare Schädigungsparameter für Zug- und Druckbeanspruchung $\tilde{\epsilon}_t^{pl}$ und $\tilde{\epsilon}_c^{pl}$ gesteuert (Bild 6 a). Die Fließflächen werden dabei affin zur Bruchfläche gewählt (isotrope Verfestigung). Die Verfestigungsparameter sind die in einaxialen Druck- und Zugversuchen ermittelten Spannungen in Abhängigkeit der plastischen Dehnung. Um mehraxiale

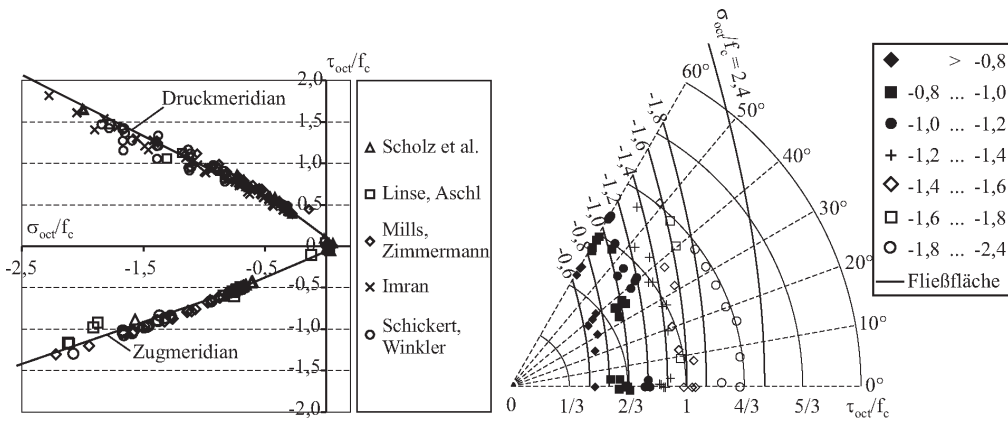


Bild 5. Vergleich der Fließfläche mit Triaxialversuchen: Meridiane Ebene (links) und Deviatorische Ebene (rechts)
 Fig. 5. Comparison between the failure surface and experimental results: Rendulic plane (left) and deviatoric plane (right)

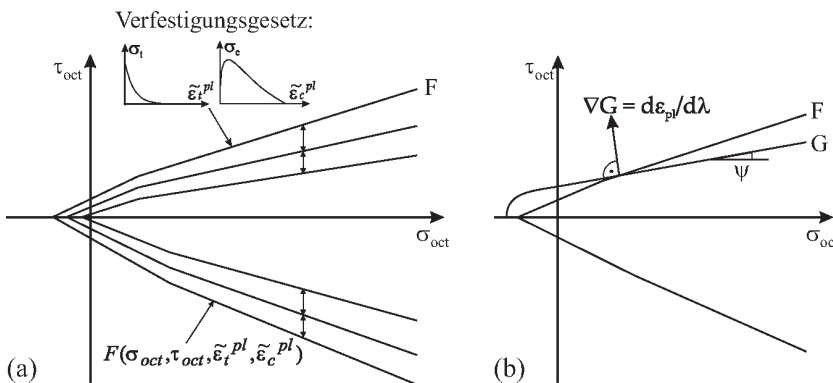


Bild 6. Isotrope Verfestigung (a) und Fließfläche F mit Potentialfunktion G (b)
 Fig. 6. Isotropic hardening (b) and yield function F with plastic potential function G (b)

Spannungszustände berücksichtigen zu können, muss das Verfestigungsgesetz erweitert werden. Aus dem berechneten plastischen Dehnungssinkrement wird dazu eine sogenannte äquivalente plastische Dehnung ermittelt. Der zugehörige Verfestigungsparameter kann dann aus den an einaxialen Versuchen ermittelten Kurven abgelesen werden. Lee und Fenves verwenden zur Bestimmung der äquivalenten plastischen Dehnung den größten (Hauptzugdehnung) bzw. kleinsten (Hauptdruckdehnung) Eigenwert des plastischen Dehnungstensors und die normierten positiven Hauptspannungen. Dieser Ansatz ist allerdings nicht geeignet, um die Dehnungszunahme bei triaxialer Beanspruchung zutreffend zu beschreiben, wie eigene Nachrechnungen von Triaxialversuchen bestätigen (vgl. auch [22]). Da für die verwendeten Betone keine experimentell ermittelten Spannungs-Dehnungskurven vorlagen, wurden Spannungsdehnungsbeziehungen aus der Literatur verwendet. Für die Druckseite kam die nichtlineare Beziehung von Sargin (z. B. [23]) zur Anwendung, die sich durch den Faktor D im Nachbruchbereich leicht anpassen lässt. Auf der Zugseite wurde ein exponentieller Ansatz nach Feenstra und de Borst [24] verwendet.

Bei Beton lässt sich das Dilatanzverhalten nicht mit einer Projektion der plastischen Verzerrungen normal zur Fließfläche (assoziierte Fließregel) beschreiben, da sonst die Volumenzunahme im Bruchzustand überschätzt wird (z.B. [25]). Deshalb verwenden Lee und Fenves in ihrem Modell eine von der Fließfläche F unabhängige Potentialfunktion G (eine sogenannte nicht-assoziierte Fließregel), um die Richtung und den Betrag des plastischen Dehnungsvektors zu

bestimmen (Bild 6 b). In Abaqus ist als Fließpotential G eine hyperbolische Funktion vom Typ Drucker-Prager implementiert [7]. Die direkte Kalibrierung der Potentialfunktion G anhand von Kleinkörperversuchen ist prinzipiell möglich [22],[26]. Für die in Abaqus als Potentialfunktion gewählte mathematische Funktion ist jedoch eine direkte Anpassung an Versuchsergebnisse schwierig, so dass nach Meinung der Autoren eine Kalibrierung nur indirekt durch das Nachrechnen von Kleinkörper- und Bauteilversuchen sinnvoll möglich ist [27].

Das Schädigungsgesetz kann verwendet werden, um die Abnahme der elastischen Steifigkeit mit zunehmender Gesamtdehnung zu beschreiben. Dies ist für die Simulation von Entlastungsvorgängen und zyklischen Belastungen notwendig, da die Plastizitätstheorie den Steifigkeitsabfall des Betons infolge Rissbildung nicht abbilden kann. Da im Rahmen der vorgestellten Untersuchungen nur statische Beanspruchungen betrachtet wurden und zur Kalibrierung des Schädigungsgesetzes zyklische Versuche an Probekörpern erforderlich sind, wurde auf die Eingabe eines Schädigungsgesetzes verzichtet. Vergleichsrechnungen haben gezeigt, dass für die simulierten statischen Versuche der Einfluss der Schädigungsvariablen vernachlässigbar ist. Das Modell verhält sich dann wie ein klassisches plastisches Modell.

Die in den Simulationen verwendeten Materialparameter wurden weitgehend experimentell bestimmt oder aus experimentell ermittelten Werten errechnet. Die einaxialen Druck- und Zugfestigkeiten wurden aus den am Versuchstag gemessenen Zylinderdruck- bzw. Spaltzugfestigkeiten berechnet. Der E-Modul wurde am Versuchstag experimentell bestimmt und die Bruchenergie nach Model Code 90 [28] aus der Zylinderdruckfestigkeit berechnet. Die Querdehnzahl (Poissonzahl) des Betons ν_c wurde konstant zu 0,2 abgeätzt.

Das Materialverhalten von Stahl kann für den allgemeinen, dreidimensionalen Fall durch das Fließkriterium nach von Mises mit isotroper Verfestigung erfasst werden. Da bei den durchgeführten Berechnungen die Betonstahlbewehrung als Biegestäbe abgebildet wurde, kann das Stahlverhalten hinreichend genau durch ein einaxiales, elastisch-plastisches Materialgesetz simuliert werden. Detaillierte Informationen zu den in den Simulationen verwendeten Materialparametern können [12] entnommen werden.

4 Numerische Simulation der Versuchsreihen

Um die beschriebenen numerischen Modelle zu verifizieren, werden nachfolgend die numerischen Ergebnisse mit den eigenen Durchstanzversuchen an Fundamenten vergli-

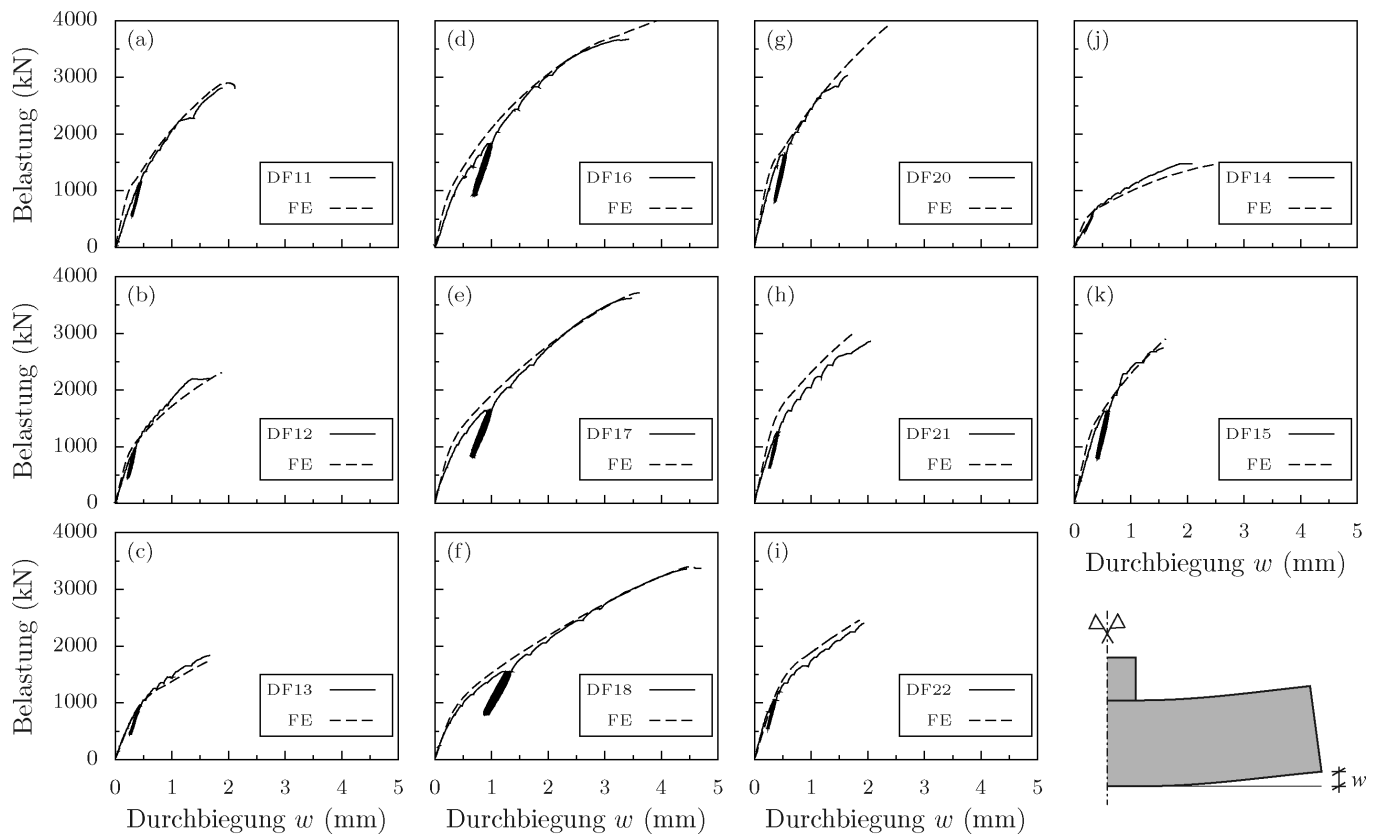


Bild 7. Vergleich der gemessenen Last-Verformungskurven mit den Ergebnissen der numerischen Simulationen
Fig. 7. Load-deflection curves of finite element model and test results

chen. Es werden alle für die Vergleiche notwendigen Versuchsdaten angegeben (Tabelle 1). Eine ausführlichere Beschreibung der Versuche kann [10],[11],[12] entnommen werden.

Zur Beurteilung des Verformungsverhaltens werden in Bild 7 die experimentellen und rechnerischen Last-Durchbiegungskurven von elf Versuchen verglichen. Die Verformungen der Fundamentplatten wurden während der Versuche von zehn induktiven Wegaufnehmern gemessen, die in der Nähe der Stützecken und in den äußeren Ecken der Platte angebracht waren (Bild 8). Die mittlere Durchbiegung w ergibt sich als Differenz der Mittelwerte der Messungen der inneren Wegaufnehmer (W5 bis W8) und der äußeren Wegaufnehmer (W1 bis W4).

Es ist grundsätzlich eine gute Übereinstimmung der experimentellen und rechnerischen Kurvenverläufe zu erkennen. Die Anfangssteifigkeit wird in der Numerik teilweise leicht überschätzt und in einigen Fällen ist ebenfalls eine geringfügige Überschätzung der Steifigkeit direkt nach der Erstrissbildung zu erkennen. Dies kann vermutlich darauf zurückgeführt werden, dass die plastischen Zugdehnungen in der Simulation über mehrere Elemente verteilt werden, wohingegen sich im Versuchskörper wenige, diskrete Risse ausbildeten. Die Kurvenverläufe nähern sich jedoch in der Regel mit zunehmender Last einander an. Neben der guten Abbildung des Last-Verformungsverhaltens konnten auch die Bruchlasten mit einer Ausnahme (DF20) relativ genau bestimmt werden (Tabelle 1). Das Verhältnis aus experimenteller und numerisch

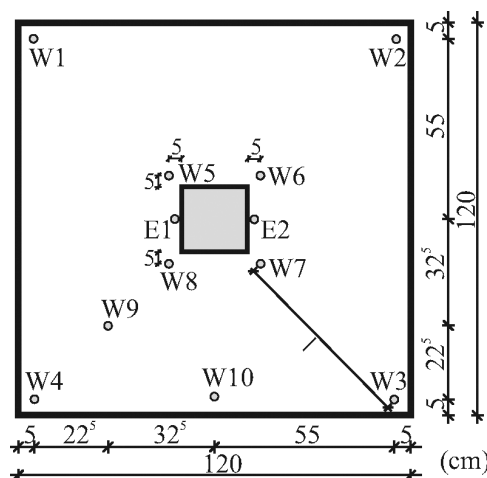
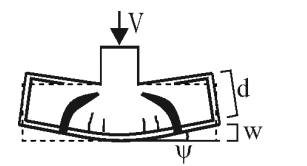


Bild 8. Lage der Wegaufnehmer zur Messung der Plattendurchbiegung (exemplarisch für Versuchskörper DF9)

Fig. 8. Arrangement of linear variable differential transformer (LVDT) gauges (DF9)



$$w_{\text{außen}} = \frac{W1 + W2 + W3 + W4}{4}$$

$$w_{\text{innen}} = \frac{W5 + W6 + W7 + W8}{4}$$

Rotation:

$$\psi \approx \arctan \left(\frac{w_{\text{außen}} - w_{\text{innen}}}{l} \right)$$

Durchbiegung:

$$w \approx w_{\text{außen}} - w_{\text{innen}}$$

bestimmter Bruchlast $V_{\text{test}}/V_{\text{FE}}$ beträgt im Mittel $x_m = 0,96$. Die Streuung ist sehr gering, so dass sich ein Variationskoeffizient von $V = 0,07$ ergibt.

Das verwendete Materialmodell für den Beton kann keine diskreten Risse darstellen. Als Ersatz werden deshalb plastische Dehnungen als Maß für die Rissbildung verwendet. Für die Versuche DF11 bis DF13 ohne Durchstanzbewehrung und DF16 bis DF18 mit Bügeln als Durchstanzbewehrung sind in Bild 9 die berechneten plastischen Dehnungen über Fotografien der Sägeschnitte gelegt worden. Die Neigungen der Durchstanzkegel in der Simulation und in den Sägeschnitten stimmen gut überein. Lediglich bei Versuch DF13 kann keine eindeutige Lokalisierung eines Versagensrisses

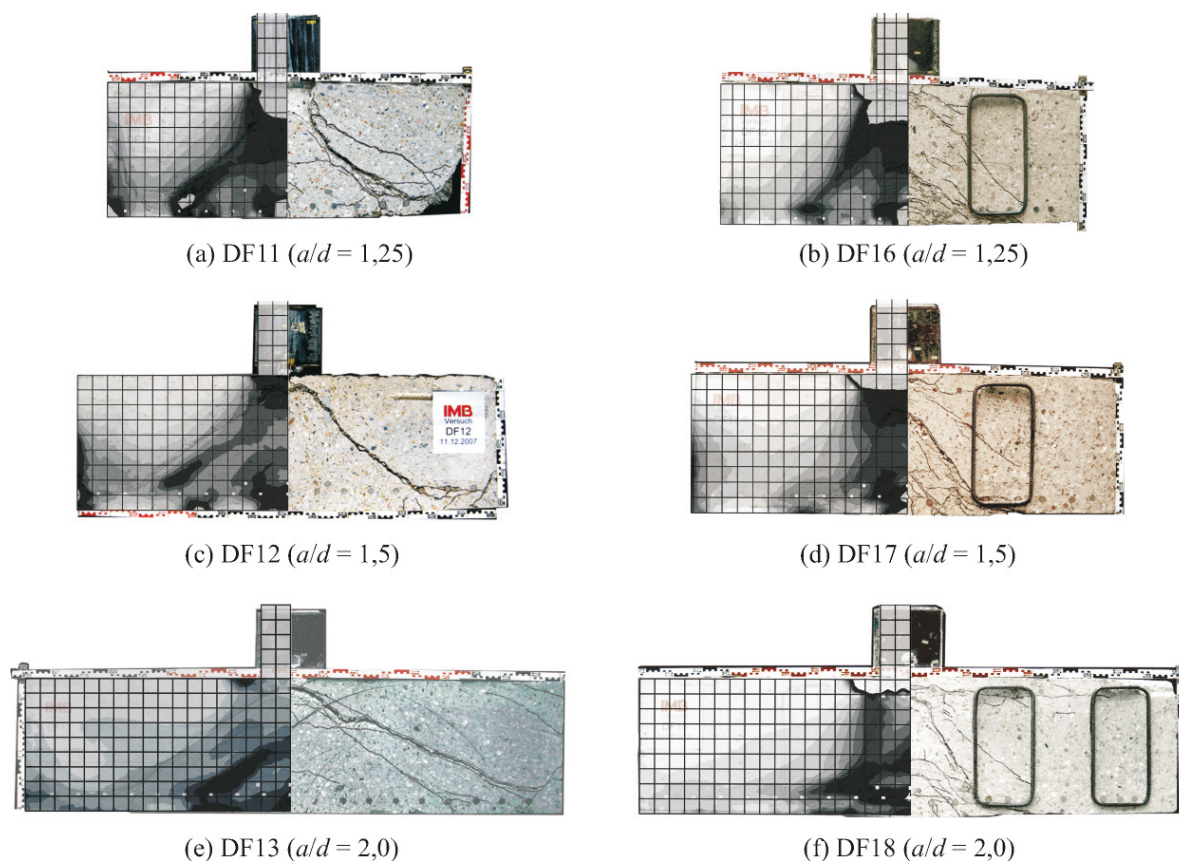


Bild 9. Vergleich der Rissbilder im Sägeschnitt mit den plastischen Dehnungen in Richtung der Hauptzugspannungen
 Fig. 9. Comparison between crack patterns in saw-cuts and the maximum principal plastic strains

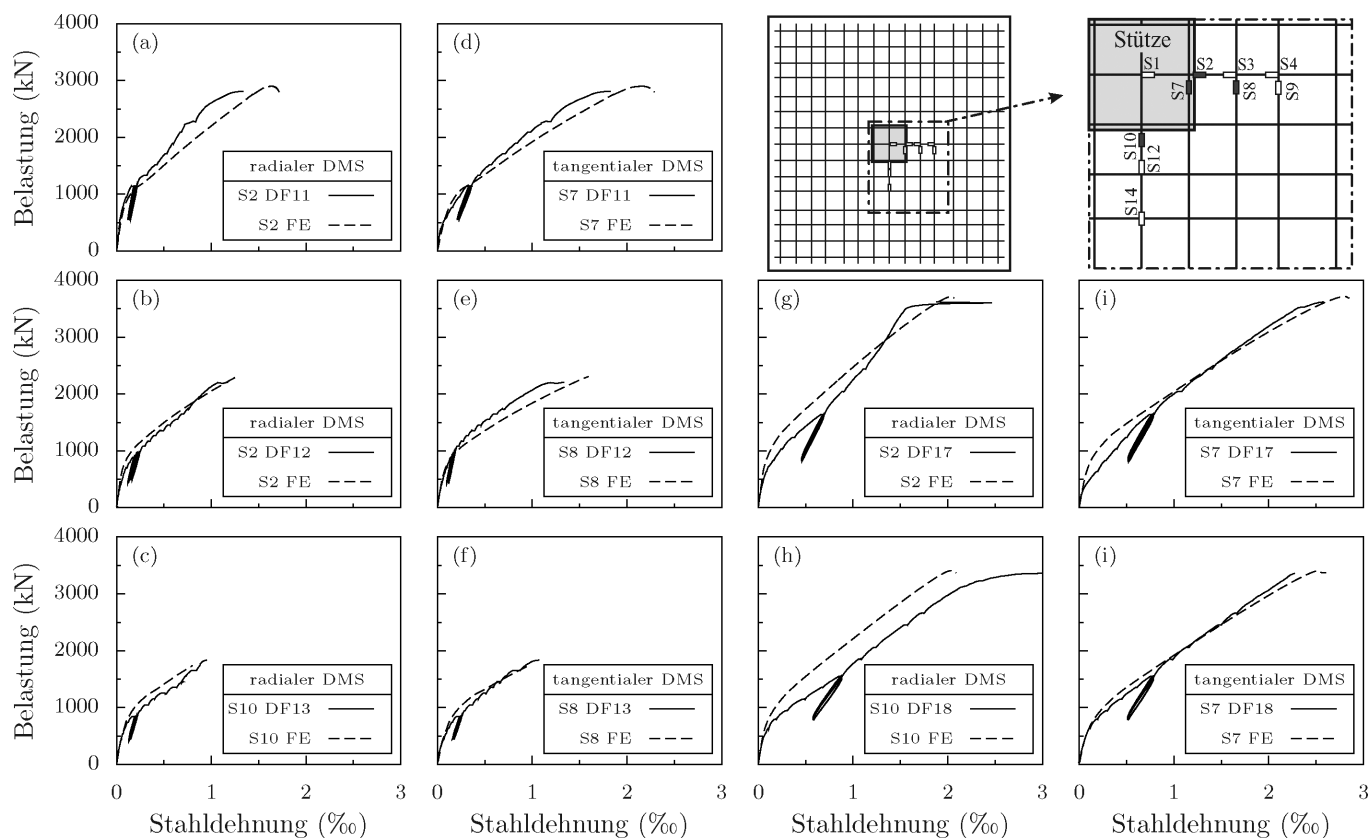


Bild 10. Vergleich der gemessenen Stahldehnungen der Biegezugbewehrung mit den Ergebnissen der numerischen Simulationen
 Fig. 10. Measured and calculated strains of bending reinforcement

beobachtet werden. Bei den Versuchen mit Durchstanzbewehrung (DF16 bis DF18) stellte sich in den FE-Berechnungen ein verteiltes Rissbild mit einer Konzentration der plastischen Dehnungen im Bereich unterhalb der Stütze ein. Eine Risslokalisierung ist nicht eindeutig feststellbar. In den Versuchen konnten jedoch ebenfalls vermehrt Risse unterhalb der Stütze beobachtet werden.

In Bild 10 sind die Stahldehnungen der Biegezugbewehrung in unmittelbarer Nähe zum Stützenanschnitt dargestellt. Dabei werden jeweils die Dehnungen in radialer und tangentialer Richtung für die Versuche DF11 bis DF15 bzw. für DF17 und DF18 gezeigt. Die Diskretisierung der Stahlbewehrung mit linearen Balkenelementen führt zu guten Ergebnissen und ist daher als ausreichend genau anzusehen. Die Anfangssteigungen der Kurvenverläufe zeigen eine gute Übereinstimmung und auch bei den weiteren Verläufen der Graphen treten nur geringe Abweichungen auf. Die Dehnungen bei Erreichen der Bruchlast werden in den Simulationen ebenfalls relativ gut erfasst.

Bild 11 vergleicht für die Versuche DF16 bis DF18 die Stahldehnungen der Bügel, die als Durchstanzbewehrung in den Fundamenten angeordnet waren. Es werden die Ergebnisse von zwei Messpunkten mit unterschiedlichem Abstand zum Stützenanschnitt präsentiert. Da die Dehnungsmessstreifen (DMS) oftmals in unmittelbarer Nähe zum bzw. direkt im Schubriss angeordnet waren, ist in den Versuchskurven mit Beginn der Rissbildung ein Knick zu erkennen (Bild 11 a bis c und f). In den FE-Berechnungen wird für die vertikalen Bügelschenkel die Dehnung aus der Differenzverschiebung des oberen und unteren Knotens auf Höhe der Längsbewehrung bestimmt (vgl. Abschnitt 2) und nicht wie im Versuch ein lokaler Maximalwert. In der FE-Berechnung wird die Dehnung der Bügel daher unterproportional erfasst.

Der Vergleich zwischen den gemessenen und berechneten Betondehnungen führte nur zum Teil zu zufriedenstellenden Ergebnissen. Dies kann zum Teil darauf zurückgeführt werden, dass es ausführungstechnisch sehr schwierig ist, die DMS schlupffrei und kraftschlüssig auf der Betonoberfläche zu befestigen. Für eine detaillierte Darstellung der Ergebnisse wird auf [12] verwiesen.

5 Parameterstudien

5.1 Allgemeines

Da sich mit dem FE-Modell das in den Versuchen beobachtete Tragverhalten zutreffend abbilden lässt, wurde es als geeignetes Werkzeug für weitere Parameterstudien verwendet. In den Parameterstudien wurden verschiedene Einflussfaktoren auf den Durchstanzwiderstand von Fundamenten systematisch untersucht. Die Nachrechnungen der Versuche DF11 bis DF15 wurden als Basismodelle verwendet.

Der Anteil der Bodenpressungen innerhalb des Bruchkegels wird direkt über die Stütze abgetragen und hat somit keinen Einfluss auf den Durchstanzwiderstand. Um dies zu berücksichtigen,

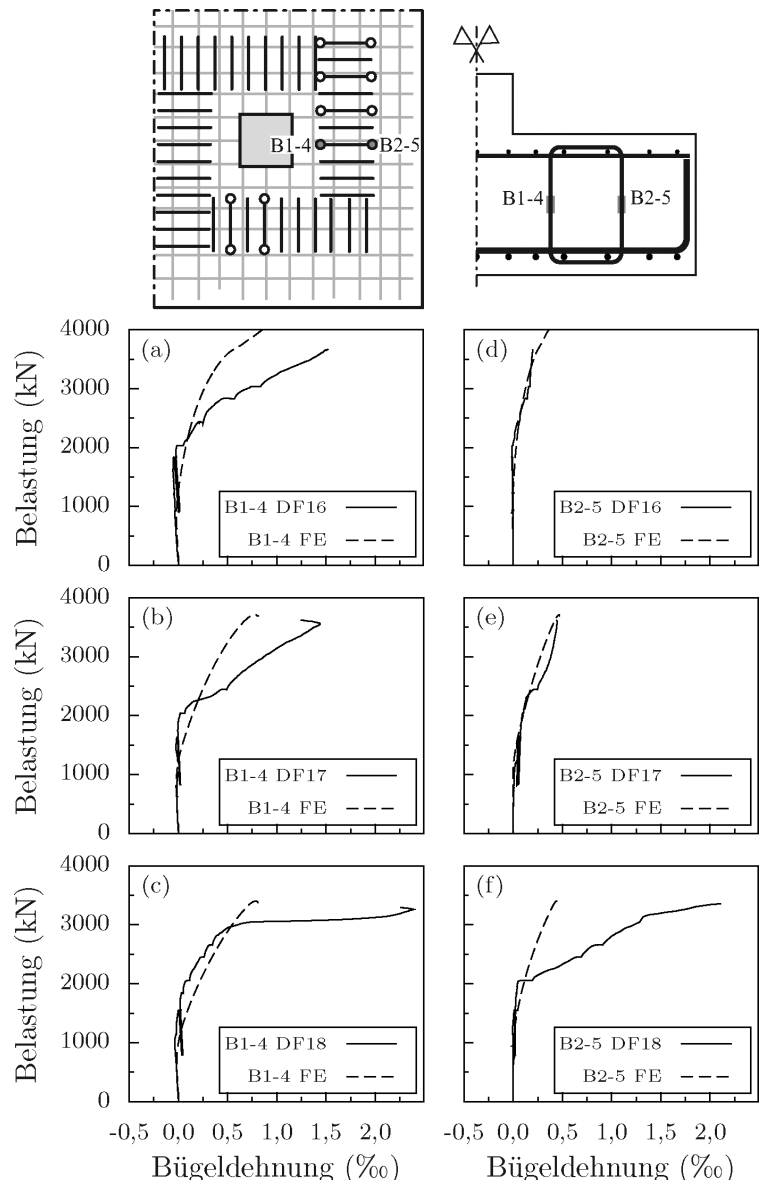


Bild 11. Vergleich der gemessenen Stahldehnungen der Bügelbewehrung mit den Ergebnissen der numerischen Simulationen

Fig. 11. Measured and calculated strains of stirrups

sichtigen, wurden für den Vergleich der Ergebnisse der Parameterstudien neben der rechnerisch aufnehmbaren Querkraft V_{FE} die Schubspannung längs eines kritischen Rundschnitts $v_{Ru,c}$ berechnet. Dabei wurde der Rundschnitt nach Eurocode 2 [29] verwendet, dessen Abstand vom Stützenanschnitt iterativ zu ermitteln ist und von der Geometrie des Fundamentes abhängt. Die Schubspannung längs des kritischen Rundschnitts ergibt sich zu:

$$v_{Ru,c} = \frac{V_{FE}(1 - A_{crit}/A)}{2d/a_{crit}u_{crit}d} \quad (1)$$

Hierbei sind V_{FE} die in der FE-Berechnung ermittelte Bruchlast, a_{crit} der Abstand des kritischen Rundschnitts vom Stützenanschnitt, A_{crit} die Fläche innerhalb des kritischen Rundschnitts, u_{crit} der Umfang des kritischen Rundschnitts, A die Grundrissfläche des Fundamentes und d die statische Nutzhöhe. Der Faktor $2d/a_{crit}$ berücksichtigt von $2d$ abweichende Abstände des kritischen Rundschnitts vom Stützenanschnitt.

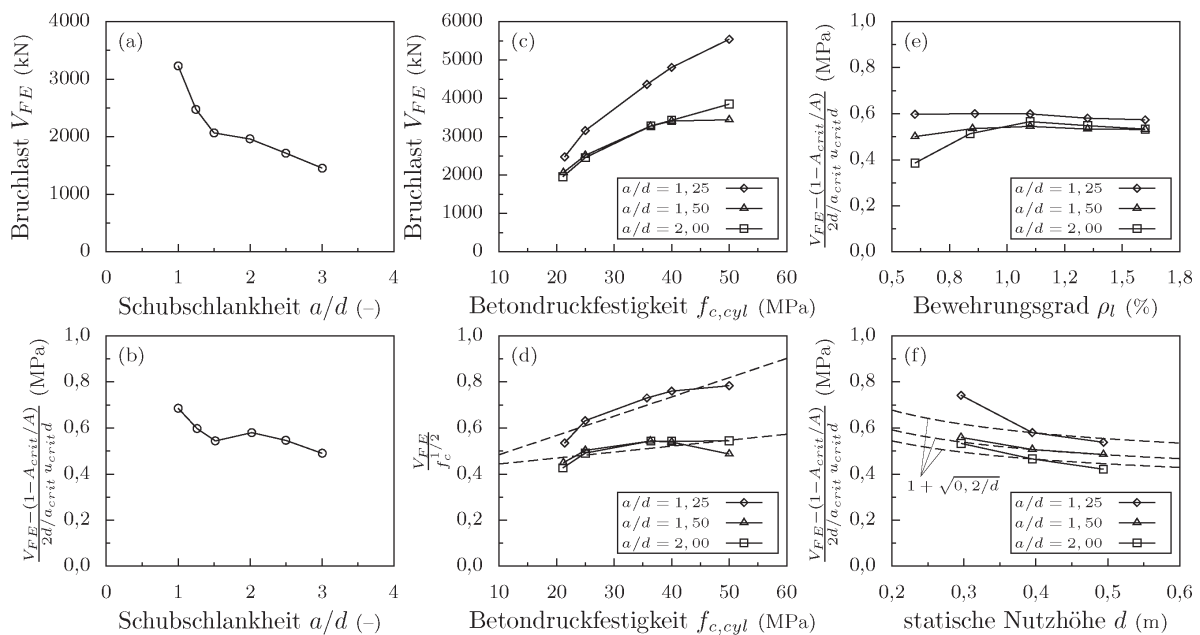


Bild 12. Einfluss der Schubslankheit a/d (a), (b); der Betondruckfestigkeit $f_{c,cyl}$ (c), (d); des Biegebewehrungsgrades ρ_l (e) und des Maßstabeffekts der statischen Nutzhöhe d (f) auf die Tragfähigkeit von Einzelfundamenten ohne Durchstanzbewehrung
Fig. 12. Effect of the shear slenderness a/d (a), (b); concrete compression strength $f_{c,cyl}$ (c), (d); flexural reinforcement ratio ρ_l ; and size effect of the effective depth d (f) on punching shear capacity of footings without shear reinforcement

5.2 Variation der Schubslankheit

Die Untersuchung des Einflusses der Schubslankheit a/d auf die Durchstanztragfähigkeit wurde ausgehend von den Geometrien der Basismodelle ohne Durchstanzbewehrung DF11 bis DF15 vorgenommen. Die Schubslankheit wurde durch die Änderung der Plattenbreite zwischen 1,0 und 3,0 variiert. Aus Gründen der Vergleichbarkeit wurden alle anderen Parameter konstant gewählt. Die Betondruckfestigkeit wurde zu $f_{c,cyl} = 20$ MPa festgelegt. Ein Vergleich mit den experimentell ermittelten Festigkeiten zeigt jedoch, dass der verwendete Transportbeton nicht die nach DIN 1045-1 [30] aus der Zylinderdruckfestigkeit des Betons berechneten Zugfestigkeiten und E-Moduli erreichte. Für eine bessere Vergleichbarkeit mit den Versuchen wurden deshalb die rechnerischen Zugfestigkeiten auf 73% und die E-Moduli auf 85% der Normwerte abgemindert. Für die gewählte Betondruckfestigkeit von $f_{c,cyl} = 20$ MPa ergaben sich somit eine einaxiale Betonzugfestigkeit von 1,61 MPa und ein Elastizitätsmodul von 21 400 MPa. Diese Werte wurden für alle Rechenläufe der Parameterstudie zum Einfluss der Schubslankheit verwendet.

In Bild 12 a und Bild 12 b sind der Einfluss der Schubslankheit auf die Tragfähigkeit der betrachteten Fundamente dargestellt. Dabei wird jeweils die erreichte Bruchlast (Bild 12 a) bzw. die Spannung im kritischen Rundschnitt nach Eurocode 2 (Bild 12 b) über dem a/d -Verhältnis aufgetragen. Für die untersuchten Fundamente variiert der bezogene Abstand a_{crit}/d des kritischen Rundschnitts zwischen $0,42d$ und $1,03d$. Die aufnehmbare Querkraft (Bild 12 a) nimmt mit abnehmendem a/d -Verhältnis zu, wobei für Schubslankheiten kleiner als 1,5 ein deutlich überproportionaler Anstieg zu beobachten ist. Für a/d -Werte größer als 2,0 nimmt die Bruchlast näherungsweise linear mit geringer Neigung ab. In den FE-Berechnungen erreicht die aufnehmbare Spannung längs des Rundschnitts für einen a/d -Wert von 1,5 ein lokales Minimum. Für a/d -Verhältnisse kleiner als 1,5 steigt die Schubspannung im kritischen Rundschnitt überproportional an.

Die Ergebnisse der numerischen Simulationen lassen vermuten, dass sich bei einem a/d -Verhältnis von etwa 1,5 der Versagensmechanismus ändert. Bei gedrungenen Fundamenten ($a/d < 1,5$) kann das Tragverhalten durch eine Schar von Druckkegelschalen zutreffend beschrieben werden, die mit den Bodenreaktionen im Gleichgewicht stehen. Die Tragfähigkeit ist somit nur noch durch die Festigkeit der Druckkegelschalen bzw. deren Auflagerbereich bestimmt. Damit das horizontale Gleichgewicht erfüllt ist, wirkt die Biegezugbewehrung als Zugband. Der Durchstanzkegel im Versagenszustand entsteht in erster Linie durch ein Spalten der Druckkegelschalen. Die schlankeren Fundamente ($a/d \geq 1,5$) versagen dagegen, wenn die Druckzone am Stützenanschnitt ihre Tragfähigkeit infolge der Beanspruchungen durch den tangentialen Biegedruck und die gleichzeitig wirkende vertikale Querkraft erreicht (vergleiche z.B. [31]).

5.3 Variation der Betonfestigkeit

In der Parameterstudie wurde die Betondruckfestigkeit zwischen 20 MPa und 50 MPa variiert. Die zugehörigen Zugfestigkeiten und Elastizitätsmoduli wurden mit den Gleichungen nach DIN 1045-1 berechnet und anschließend entsprechend den Angaben in Abschnitt 5.2 angepasst.

In Bild 12 c sind die berechneten Bruchlasten V_{FE} für drei a/d -Verhältnisse über den Zylinderdruckfestigkeiten $f_{c,cyl}$ aufgetragen. Die Bruchlasten steigen unabhängig vom a/d -Verhältnis mit zunehmender Betondruckfestigkeit an. Die Fundamente mit den Schlankheiten a/d von 1,5 und 2,0 erreichen nahezu die gleichen Tragfähigkeiten, wohingegen die gedrungenen Fundamente ($a/d = 1,25$) erst bei deutlich größeren Lasten versagen. Der Anstieg der Tragfähigkeit mit zunehmender Betondruckfestigkeit ist bei den gedrungenen Fundamenten im Vergleich zu dem Anstieg bei schlankeren Fundamenten überproportional. In Bild 12 d sind die auf die Wurzel der Betondruckfestigkeit bezogenen Bruchlasten in Abhängigkeit der Schubslankheit dargestellt. Anhand der nur flach geneigten Regressionsgeraden ist zu erkennen, dass der Wurzelsatz für die schlanken Fundamente den

Einfluss der Betondruckfestigkeit ausreichend genau erfasst. Bei den gedrunenen Fundamenten ist dagegen der Einfluss der Betondruckfestigkeit deutlich größer. Dieser Effekt kann vermutlich ebenfalls auf eine Änderung des Versagensmechanismus zurückgeführt werden (vgl. Abschnitt 5.2). Die Bruchlast des Druckkegelschalenmodells ist deutlich stärker von der Betondruckfestigkeit beeinflusst als das Versagen der schlankeren Fundamente.

Generell ist bei Fundamenten der Einfluss der Betonfestigkeit etwas größer als bei (dünneren) Flachdecken, deshalb erfasst der Wurzelansatz $f_c^{1/2}$ den Einfluss der Betondruckfestigkeit besser als die kubische Wurzel $f_c^{1/3}$. Im Bereich der Normalbetone ist der Unterschied zwischen dem quadratischen und dem kubischen Wurzelansatz für die Betondruckfestigkeit jedoch vernachlässigbar, wie z. B. Sherif und Dilger [32] gezeigt haben.

5.4 Variation des Bewehrungsgrades

Ausgehend von den Basismodellen (DF11 bis DF13) wurde der Längsbewehrungsgrad zwischen 0,6 % und 1,6 % variiert. Aus Gründen der Vergleichbarkeit wurden alle Modelle innerhalb der Parameterstudie mit den Betonkennwerten von Versuch DF13 berechnet ($f_{c,cyl} = 21,1$ MPa, $f_{ctm} = 1,83$ MPa, $E_c = 20\,100$ MPa, $G_f = 51$ N/m). In Bild 12 e sind die Schubspannungen längs des kritischen Rundschnitts nach Eurocode 2 über dem Längsbewehrungsgrad aufgetragen. Bei den Fundamenten mit einer Schubschlankheit a/d von 2,0 steigt die aufnehmbare Schubspannung im Bruchzustand mit zunehmendem Bewehrungsgrad bis zu einem Wert von 1,1 % an. Bei den Fundamenten mit einer Schubschlankheit a/d von 1,5 ergibt sich eine geringere Zunahme und bei den gedrunenen Fundamenten ($a/d = 1,25$) sogar eine minimale Abnahme der aufnehmbaren Schubspannung.

Die Durchstanstragfähigkeit wird von der Rotation bzw. der Schubrissbreite beeinflusst [2],[31],[33]. Eine Erhöhung des Bewehrungsgrades führt zu einer Reduzierung der Schubrissbreiten und somit zu einem größeren Tragwiderstand. Bei den gedrunenen Fundamenten ist dagegen kein Anstieg der Spannung längs des kritischen Rundschnitts mit zunehmendem Bewehrungsgrad ρ_l zu beobachten. Dieser Effekt kann wieder mit einer Änderung des Versagensmechanismus erklärt werden. Bei dem Druckkegelschalenmodell der gedrunenen Fundamente hat die Biegezugbewehrung nur die Funktion die horizontalen Komponenten der Druckstreben aufzunehmen. Wenn die Bewehrung ausreicht, um die horizontalen Kräfte aufzunehmen, ist durch eine weitere Erhöhung des Bewehrungsgrades keine weitere Traglaststeigerung zu erreichen.

5.5 Maßstabseffekt der statischen Nutzhöhe

Zur Untersuchung des Maßstabeffektes der statischen Nutzhöhe wurden alle Abmessungen der Basismodelle (DF11 bis DF13) jeweils um 25 % erhöht und reduziert. Dabei wurde der Bewehrungsgrad konstant gehalten. Für die Berechnungen wurden die Betonkennwerte von Versuch DF13 (siehe Abschnitt 5.4) verwendet. In numerischen Simulationen können nicht alle Maßstabeffekte erfasst werden. Einflüsse aus dem Größtkorn und der Längsbewehrung (Dübelwirkung, Verbundeigenschaften) werden z. B. nicht berücksichtigt. In Bild 12 f ist die Schubspannung längs des kritischen Rundschnitts im Bruchzustand für drei a/d -Verhältnisse in Abhängigkeit der statischen Nutzhöhe aufgetragen. Die strichlinierten Linien beschreiben den Verlauf des

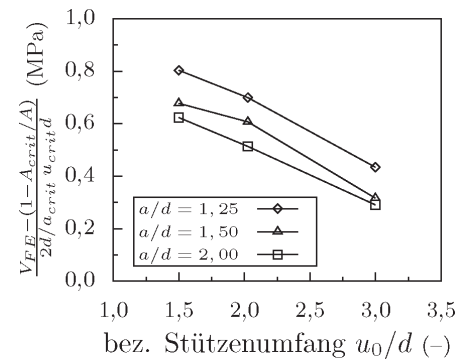


Bild 13. Einfluss des bezogenen Stützenumfangs u_0/d auf die Tragfähigkeit von Fundamenten ohne Durchstanzbewehrung

Fig. 13. Effect of the ratio of column diameter to effective depth u_0/d on punching shear capacity of footings without shear reinforcement

Maßstabsfaktors nach Model Code 90 [28], der auch in DIN 1045-1 und Eurocode 2 verwendet wird. Die Kurven sind jeweils auf die Fundamente mit den Abmessungen der Basismodelle bezogen. Für die Fundamente mit einer Schlankheit a/d von 1,5 und 2,0 ist der Maßstabsfaktor näherungsweise zutreffend. Die Fundamente mit einer Schubschlankheit $a/d = 1,25$ weisen dagegen bei einer Verkleinerung des Fundaments einen ausgeprägteren Maßstabseffekt auf. Diese Unterschiede sind vermutlich wiederum auf den Wechsel des Versagensmechanismus zurückzuführen. Nach den Ergebnissen der FE-Berechnungen ist für das Versagen der Druckkegelschalen bzw. deren Auflagerbereiche ein anderer Maßstabsfaktor als für das Versagen von schlankeren Platten charakteristisch.

5.6 Verhältnis Stützenumfang zur statischen Nutzhöhe

Um den Einfluss der Stützengröße auf die Durchstanstragfähigkeit zu überprüfen, sind in Bild 13 die Schubspannungen längs des kritischen Rundschnitts in Abhängigkeit des Verhältnisses von Stützenumfang zur statischen Nutzhöhe u_0/d für verschiedene a/d -Verhältnisse dargestellt. Als Materialfestigkeiten wurden wiederum die Betonkennwerte von Versuch DF13 verwendet. Für die drei untersuchten Schubschlankheiten a/d ergeben sich die gleichen Tendenzen: Die Tragfähigkeit wird mit zunehmendem bezogenen Stützenumfang u_0/d signifikant kleiner. Der Traglastanstieg ist vermutlich auf den bei kleineren Stützen ausgeprägteren mehrdimensionalen Spannungszustand an Stützenanschnitt zurückzuführen.

5.7 Unterschiedliche Anordnung einer Durchstanzbewehrung

In diesem Abschnitt wird der Einfluss der Anordnung der Durchstanzbewehrung auf die Maximaltragfähigkeit von Fundamenten untersucht. Ausgehend von den Versuchen DF16 bis DF18, die mit einer Durchstanzbewehrung aus geschlossenen Bügeln versehen waren, wurden zwei FE-Parameterstudien durchgeführt.

Bei der ersten Parameterstudie wurde der Abstand der ersten Durchstanzbewehrungsreihe vom Stützenanschnitt s_0 zwischen 0,2d und 0,5d variiert. Alle anderen Parameter entsprachen der Versuchsanordnung (einschließlich des Abstands s zwischen den Reihen der Durchstanzbewehrung). In Bild 14 a sind die mit der FE-Methode ermittelten Bruchlasten in Abhängigkeit des bezogenen Abstands der ersten Bewehrungsreihe vom Stützenanschnitt s_0/d dargestellt. In

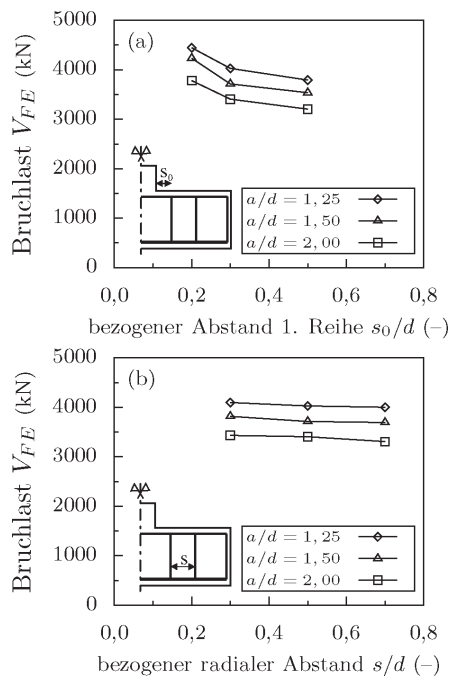


Bild 14. Einfluss des Abstands vom Stützenanschnitt s_0 (a) und des radialen Bügelabstand s (b) auf die Tragfähigkeit von Einzelfundamenten mit einer Durchstanzbewehrung aus Bügeln

Fig. 14. Effect of the spacing from the first row to the column face s_0 (a) and the spacing in radial direction between adjacent rows of stirrups s (b) on punching shear capacity

den FE-Berechnungen konnte die Traglast durch eine Reduktion des Abstands s_0 der ersten Bügelreihe vom Stützenanschnitt von $0,3d$ auf $0,2d$ um 10% bis 14% gesteigert werden. Eine Vergrößerung des Abstands s_0 auf $0,5d$ führte dagegen zu einer Abnahme der Traglasten um etwa 5%.

Mit der zweiten Parameterstudie sollte untersucht werden, ob die zweite Durchstanzbewehrungsreihe in einem größeren Abstand als $0,5d$ von der ersten Reihe angeordnet werden kann und somit der Bereich, in dem die Querkraft „hochzuhängen“ ist, eventuell auf $1,0d$ wie bei Doppelkopfkankern vergrößert werden darf. Der Abstand zwischen der ersten und zweiten Bewehrungsreihe s wurde zwischen $0,3d$ und $0,7d$ variiert (s_0 betrug konstant $0,3d$). Die in den numerischen Simulationen ermittelten Traglasten weisen für die untersuchten radialen Abstände mit zunehmendem Abstand zwischen der ersten und zweiten Bügelreihe eine leicht fallende Tendenz auf.

Die Ergebnisse der FE-Parameterstudien weisen darauf hin, dass die Traglast durch eine Verringerung des Abstands der ersten Bügelreihe vom Stützenanschnitt s_0 gesteigert werden kann. Eine Vergrößerung des radialen Abstand zwischen der ersten und zweiten Bewehrungsreihe führt dagegen zu keiner signifikanten Verringerung der Durchstanzlast, so dass die Zone, innerhalb der die Querkraft durch Bewehrung aufzunehmen ist, nach den FE-Berechnungen auf $1,0d$ vergrößert werden könnte. Diese Tendenzen haben sich für alle drei untersuchten a/d -Verhältnisse ergeben. Die Schlussfolgerungen sind allerdings noch durch experimentelle Untersuchungen abzusichern. Die FE-Berechnungen bestätigen jedoch die Vermutung, dass der Abstand der ersten Bügelreihe s_0 bei Fundamenten im Vergleich zu Flachdecken deutlich zu reduzieren ist. Solange keine experimen-

telles Überprüfung erfolgt ist, sollten die in [12] vorgeschlagenen Maximalabstände ($s_0 \leq 0,3d$ und $s \leq 0,5d$) verwendet werden. Diese Grenzwerte wurden auch in den aktuellen deutschen Nationalen Anhang zu Eurocode 2 aufgenommen [34].

6 Zusammenfassung

Aus den Ergebnissen der numerischen Untersuchungen lassen sich für Fundamente ohne Durchstanzbewehrung folgende Schlussfolgerungen ableiten:

- Der Durchstanzwiderstand von Fundamenten ohne Durchstanzbewehrung wird signifikant von der Schubslankheit a/d beeinflusst. Die aufnehmbare Querkraft steigt mit abnehmender Schubslankheit a/d an. Für a/d -Verhältnisse kleiner als 1,5 ist der Anstieg deutlich überproportional.
- Die Tragfähigkeit wird mit zunehmender Betondruckfestigkeit größer. Die Zunahme ist bei gedrunenen Fundamenten ($a/d \leq 1,25$) ausgeprägter als bei schlanken Fundamenten.
- Der Durchstanzwiderstand nimmt bei schlanken Fundamenten mit zunehmendem Biegebewehrungsgrad zu. Bei gedrunenen Fundamenten ($a/d \leq 1,25$) kann dagegen keine Zunahme der Tragfähigkeit bei einer Erhöhung des Bewehrungsgrades beobachtet werden.
- Für schlanke Fundamente wird der Maßstabseffekt mit dem Ansatz in Model Code 90 hinreichend genau erfasst. Fundamente mit einer Schubslankheit $a/d \leq 1,5$ weisen dagegen einen etwas ausgeprägteren Maßstabseffekt auf.
- Der bezogene Stützenumfang u_0/d beeinflusst den Durchstanzwiderstand maßgeblich, da mit abnehmendem u_0/d -Verhältnis die Tragfähigkeit deutlich zunimmt.
- Die Unterschiede zwischen gedrunenen und schlanken Fundamenten sind auf einen Wechsel des Versagensmechanismus zurückzuführen. Das Tragverhalten von gedrunenen Fundamenten ($a/d < 1,5$) kann mit einem Druckkegelschalenmodell („Direktabstützung“) beschrieben werden. Bei schlanken Fundamenten ($a/d \geq 1,5$) tritt dagegen das Versagen ein, wenn die Tragfähigkeit der Betondruckzone erschöpft ist.

Für Fundamente mit einer Durchstanzbewehrung aus geschlossenen Bügeln wurden zwei numerische Parameterstudie zum Einfluss der Abstände zwischen den einzelnen Bewehrungsreihen durchgeführt. Die Ergebnisse lassen sich wie folgt zusammenfassen:

- In den FE-Berechnungen konnte die Traglast durch eine Reduktion des Abstands der ersten Bügelreihe vom Stützenanschnitt s_0 auf $0,2d$ um 10 % bis 14 % gesteigert werden. Eine Vergrößerung des Abstands s_0 auf $0,5d$ führte dagegen zu einer Abnahme der Traglast um etwa 5 %.
- Der Abstand zwischen der ersten und zweiten Bügelbewehrungsreihe s wurde zwischen $0,3d$ und $0,7d$ variiert. Die numerischen Simulationen ließen nur eine geringe Abnahme der Tragfähigkeit mit zunehmendem Abstand erkennen.

Die vorgestellten Untersuchungen wurden von der Deutschen Forschungsgemeinschaft DFG gefördert, der an dieser Stelle herzlichst gedankt sei. Weiterhin gilt mein Dank Dipl.-Ing. Benjamin Neitzke, der im Rahmen seiner Diplomarbeit intensiv an der Erstellung der hier präsentierten FE-Berechnungen mitgearbeitet hat.

Literatur

- [1] Hegger, J. ; Beutel, R. : Hintergründe und Anwendungshinweise zur Durchstanzbemessung nach DIN 1045–1. In: Bauingenieur 77 (2002), Teil 1: S. 535–541, Teil 2: S. 542–549
- [2] Muttoni, A. : Punching Shear Strength of Reinforced Concrete Slabs without Transverse Reinforcement. In: ACI Structural Journal 105 (2008), July-August, Nr. 4, S. 440–450
- [3] Hegger, J. ; Walraven, J.C. ; Häusler, F. : Zum Durchstanzen von Flachdecken nach Eurocode 2. In: Beton- und Stahlbetonbau 105 (2010), H. 4, S. 206–215
- [4] Dieterle, H. ; Rostásy, F. S. : Tragverhalten quadratischer Einzelfundamente aus Stahlbeton. In: Schriftenreihe des DAfStb, Heft 387. Berlin: Ernst & Sohn, 1987, S. 5–91
- [5] Hallgren, M. ; Kinnunen, S. ; Nylander, B. : Punching Shear Tests on Column Footings. In: Nordic Concrete Research 21 (1998), Nr. 3, S. 1–22
- [6] Timm, M. : Durchstanzen von Bodenplatten unter rotationssymmetrischer Belastung. Braunschweig, Dissertation Technische Universität Carolo-Wilhelmina, 2003
- [7] Dassault Systèmes Simulia Corp. : Abaqus Version 6.7-EF Documentation. Providence, RI, USA: Dassault Systèmes, 2007
- [8] Hegger, J. ; Ricker, M. ; Ulke, B. ; Ziegler, M. : Untersuchungen zum Durchstanzverhalten von Stahlbetonfundamenten. In: Beton- und Stahlbetonbau 101 (2006), H. 4, S. 233–243.
- [9] Hegger, J. ; Sherif, A. G. ; Ricker, M. : Experimental Investigations on Punching Behavior of Reinforced Concrete Footings. In: ACI Structural Journal 103 (2006), Nr. 4, S. 604–613
- [10] Hegger, J. ; Ziegler, M. ; Ricker, M. ; Kürten, S. : Experimentelle Untersuchungen zum Durchstanzen von gedruckten Fundamenten unter Berücksichtigung der Boden-Bauwerk-Interaktion. In: Bauingenieur 85 (2010), H. 2, S. 87–96
- [11] Hegger, J. ; Ricker, M. ; Sherif, A. G. : Punching Strength of Reinforced Concrete Footings. In: ACI Structural Journal 106 (2009), Nr. 5, S. 706–716
- [12] Ricker, M. : Zur Zuverlässigkeit der Bemessung gegen Durchstanzen bei Einzelfundamenten. Dissertation RWTH Aachen, 2009 (<http://darwin.bth.rwth-aachen.de/opus3/volltexte/2009/3038/>)
- [13] Hegger, J. ; Ricker, M. ; Häusler, F. : Numerische und experimentelle Untersuchungen zum Durchstanzen und räumlichen Querkraftversagen bei Flachdecken – Numerische Untersuchungen / Lehrstuhl und Institut für Massivbau, RWTH Aachen. Aachen, 2007 (Institutsbericht-Nr. 190/2007). – Forschungsbericht
- [14] Riks, E. : The Application of Newton's Method to the Problem of Elastic Stability. In: Journal of Applied Mechanics 39 (1972), December, S. 1060–1065
- [15] Lubliner, J. ; Oliver, J. ; Oller, S. ; Oñate, E. : A Plastic-Damage Model for Concrete. In: International Journal of Solids and Structures 25 (1989), Nr. 3, S. 299–326
- [16] Lee, J. ; Fenves, G. L. : Plastic-Damage Model for Cyclic Loading of Concrete Structures. In: Journal of Engineering Mechanics 124 (1998), Nr. 8, S. 892–900
- [17] Imran, I. ; Pantazopoulou, S. J. : Experimental Study of Plain Concrete under Triaxial Stress. In: ACI Materials Journal 93 (1996), Nr. 6, S. 589–601
- [18] Mills, L. L. ; Zimmermann, R. M. : Compressive Strength of Plain Concrete Under Multi-axial Loading Conditions. In: ACI Journal, Proceedings 67 (1970), Nr. 10, S. 802–807
- [19] Rogge, A. : Materialverhalten von Beton unter mehrachsiger Beanspruchung. Dissertation TU München, 2003
- [20] Schickert, G. ; Winkler, H. : Versuchsergebnisse zur Festigkeit und Verformung von Beton bei mehraxialer Druckbeanspruchung. Berlin: Ernst&Sohn, 1977 (Schriftenreihe des DAfStb, Heft 277). – 123 S.
- [21] Scholz, U. ; Nechvatal, D. ; Aschl, H. : Versuche zum Verhalten von Beton unter dreiachsiger Kurzzeitbeanspruchung. In: Schriftenreihe des DAfStb, Heft 447. Berlin: Beuth, 1995, S. 7–63
- [22] Grassl, P. : Constitutive Modelling of Concrete in Compression. Göteborg, Schweden : Department of Structural Engineering, Chalmers University of Technology, 2002. – Licentiate Thesis
- [23] Stempniewski, L. ; Eibl, J. : Finite Elemente in Stahlbeton. In: Betonkalender Bd. 85. Berlin : Ernst & Sohn, 1996, S. 577–647
- [24] Feenstra, P. H. ; de Borst, R. : A Composite Plasticity Model for Concrete. In: International Journal of Solids and Structures 33 (1996), S. 707–730
- [25] Smith, S. S. ; William, K. J. ; Gerstle, K. H. ; Sture, S. : Concrete over the Top, or: Is there Life After Peak. In: ACI Materials Journal 86 (1989), Nr. 5, S. 491–497
- [26] Papanikolaou, V. K. ; Kappos, A. J. : Confinement-sensitive plasticity constitutive model for concrete in triaxial compression. In: International Journal of Solids and Structures 44 (2007), S. 7021–7048
- [27] Neitzke, B. : Numerische Untersuchungen zum Durchstanzverhalten von Stahlbetonfundamenten mit und ohne Durchstanzbewehrung. Aachen, RWTH Aachen, Diplomarbeit, 2009
- [28] CEB-FIP Model Code 1990 1993. Design Code
- [29] DIN EN 1992–1–1 Oktober 2005. Eurocode 2: Bemessung und Konstruktion von Stahlbeton und Spannbetontragwerken – Teil 1–1: Allgemeine Bemessungsregeln und Regeln für den Hochbau
- [30] DIN 1045–1 August 2008. Tragwerke aus Beton, Stahlbeton und Spannbeton – Teil 1: Bemessung und Konstruktion
- [31] Broms, C.E. : Concrete flat slabs and footings – design methods for punching and detailing for ductility. Stockholm , Royal Institute of Technology, Department of Civil and Architectural Engineering, Diss., 2006
- [32] Sherif, A.G. ; Dilger, W.H. : Critical review of the CSA A23.3–94 punching shear strength provisions for interior columns. In: Canadian Journal of Civil Engineering 23 (1996), Nr. 5, S. 998–1011
- [33] Muttoni, A. ; Schwartz, J. : Behaviour of Beams and Punching in Slabs without Shear Reinforcement. In: IABSE Colloquium Stuttgart – Structural Concrete. Stuttgart, 1991 (IABSE Reports Volume 62), S. 703–708
- [34] Norm DIN EN 1992–1–1/NA Januar 2011. Nationaler Anhang – National festgelegte Parameter – Eurocode 2: Bemessung und Konstruktion von Stahlbeton- und Spannbetontragwerken – Teil 1–1: Allgemeine Bemessungsregeln und Regeln für den Hochbau